

其中 $t = t + (m - 1)$, T 是前向预测步长 ($T > 0$)。对于具有混沌特性的 EEG 信号而言,重构的预测模型 $F(\cdot)$ 是一个非线性系统模型。理论研究和实践经验表明:构造一个非线性函数 $f(\cdot)$ 去逼近 $F(\cdot)$ 的方法很多,其中利用神经网络去逼近一个非线性系统是目前最常用的方法。神经网络是具有超高维的非线性系统,因而许多具有隐含层的神经网络都具有良好的非线性逼近能力。目前采用最多的是多层前馈神经网络即 BP(Back Propagation) 神经网络,但是 BP 网络存在收敛速度慢、易产生振荡、易陷入误差的局部极小值点、隐含层节点数很难确定等缺点。考虑到 BP 网络的以上缺点,本研究拟采用同样具有强大非线性映射能力的径向基函数(Radial Basis Functions, RBF)神经网络,这种神经网络在一定程度上克服了多层层间全互连网络的非线性复杂度,学习算法简洁且容易实现。

RBF 网络的结构如图 1 所示,它是一个单隐含层的神经网络。

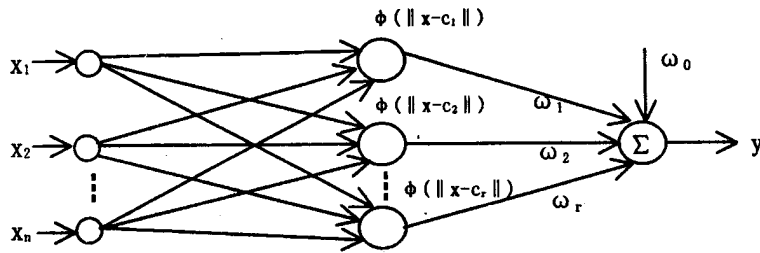


图 1 RBF 网络结构

网络的输出为:

$$y = \omega_0 + \sum_{i=1}^r \omega_i \phi(\|x - c_i\|) \tag{3}$$

式中, $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T$ 是网络的输入向量; $\|\cdot\|$ 是 R^n 中的欧几里德范数; $\phi(\cdot)$ 是 $R^+ \rightarrow R$ 径向基函数; ω_i 是网络隐含层到输出层的权系数; c_i 是径向基函数的中心; r 是径向基函数的数目,也就是网络隐含层的神经元个数。理论上已证明^[6,7]对隐含层节点的激励函数 $\phi(\cdot)$ 加很小的限制,那么对于非常广泛的函数类中的任意给定的函数,适当地调整隐含层节点的个数和质心值及隐含层到输出层的连接权值,RBF 网络可以逼近它到任意精度(在某种范数意义下),这就为 RBF 网络的非线性映射能力及其应用提供了理论依据。

2 自适应投影算法及 RBF 网络径向基函数的改进

RBF 网络的真正应用离不开确实可行的学习算法,由于自适应投影学习算法具有能够自动选择最佳的径向基函数中心和根据残差自动调节隐含层节点数的特性,克服了其他算法易造成的径向基函数中心难以选取和隐含层节点冗余等缺点。为此采用自适应投影学习算法来构造径向基函数网络,具体算法见文献^[3]。

径向基函数 $\phi(\cdot)$ 一般采用高斯函数或类似的初等函数。高斯函数形式为:

$$\phi(x) = \exp(-x^2 / \sigma^2) \tag{4}$$

式中 σ 确定了径向基函数的宽度。径向基函数选取高斯函数时, σ 可固定取为^[9]:

$$\sigma = d_m / \sqrt{2M} \tag{5}$$

式中 M 为中心数(即隐含层单元数); d_m 为所选中心之间的最大距离。这样选取的目的是为了使高斯函数的形状适度,既不太尖,也不太平。但是,采用自适应投影学习算法,网络的中心及隐含层单元数是网络训练结束后才确定的,故此处不能按(5)式取值;只能用样本的协方差矩阵进行估计^[10]。由(5)式可见, σ 的取值与所选中心之间的最大距离 d_m 有关,而 d_m 的值是训练后才能确定的,因此 σ 存在最优选择值,使 RBF 网络与被建模的系统达到最佳的逼近。为此,对(4)式引入宽度调节系数 α ,如(6)式所示:

$$\phi(x) = \exp(-\alpha x^2 / \sigma^2) \tag{6}$$

这样就可以根据需要方便地调节径向基函数的宽度,以便适应对动力学性质不同(如关联维数 D_2 不同)的

信号预测。图 4 的研究结果表明:宽度调节系数的取值由 EEG 信号的关联维数 D_2 决定。而且确定存在一个最佳的取值区间,在此区间内取值,能使径向基函数的宽度达到最优值,从而达到最佳的预测。

3 数据处理结果及讨论

本研究所采用的脑电信号来自桂林第二人民医院神经内科的脑电图和脑电地形图检查室。所采脑电信号数据中有正常人及各种癫痫病发作者共 20 例。每例 14 导联,采集时间为 120s,每导联数据点数为 9600 点。为了检测网络的预测性能,从各脑电信号的任一个导联上任取 300 个连续的数据点重构相空间,形成网络的 288 个输入-输出模式对,利用其中前一半的输入-输出模式对训练网络,然后输入所有的模式对检验网络。

研究结果如图 2、图 3 所示,图中横坐标 n 为信号点数,纵坐标 $x(n)$ 为实际的 EEG 信号(实线)、 $x'(n)$ 为预测值(虚线)。其中图 2(a)、图 3(a) 为采用(4)式所示的径向基函数时的预测情况;图 2(b)、图 3(b) 为采用(6)式所示改进的径向基函数时的预测情况。

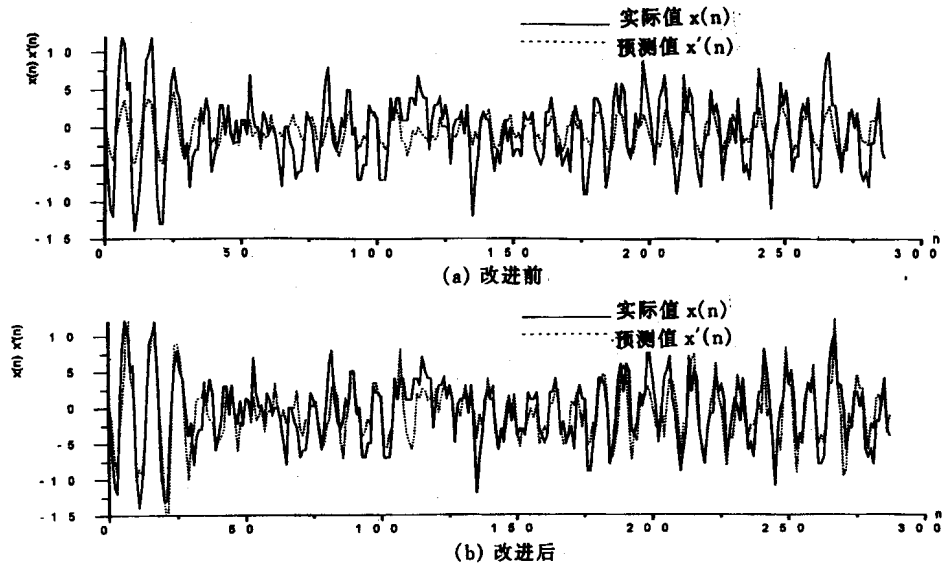


图 2 改进前、后网络对正常 EEG 信号的预测结果

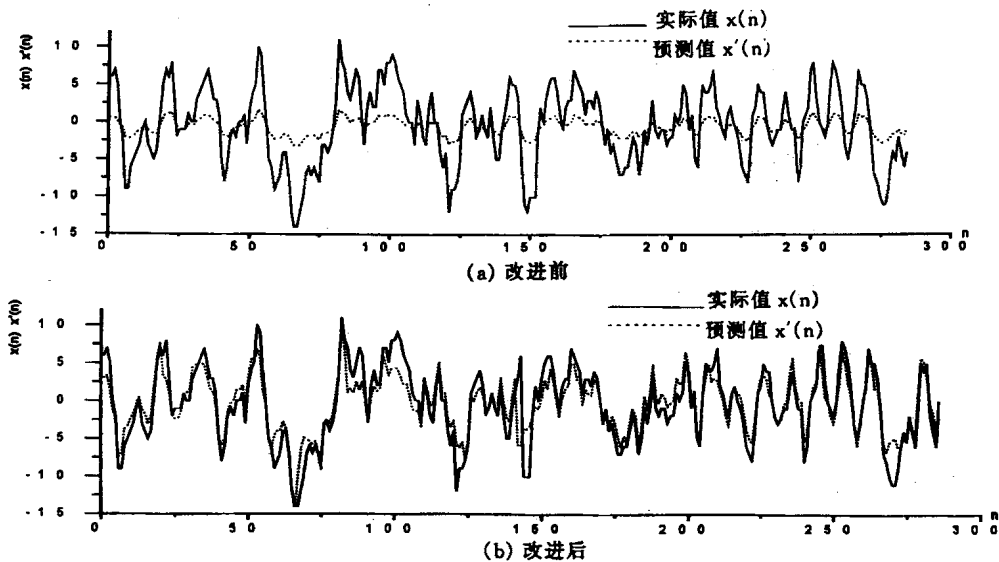


图 3 改进前、后网络对异常 EEG 信号的预测结果

分别比较图 2,图 3 中的 a、b 可见,改进前网络只能预测出信号的变化趋势,预测值与真实值幅度相差很远。改进后网络的预测性能有较大的改善,不仅预测出了信号的变化趋势,而且预测值与真实值幅度很接近,预测精度有较大的提高。

为了确定 α 的取值范围对网络的预测精度、收敛速度的影响,定义如下相对均方误差:

$$= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (|x(n) - \hat{x}(n)| / x(n))^2 \tag{7}$$

式中 $x(n)$ 为真实值, $\hat{x}(n)$ 为预测值。并计算在不同的嵌入维数 m 情况下,不同的 α 值对应的相对均方误差及网络训练的次数。图 4 给出了嵌入维数 m 分别是 4、6、8、10 时, α 值与相对均方误差的关系曲线。由图中各曲线可见,在 $1 < \alpha < m$ 区域内,总可以找到使预测的相对均方误差最小的 α 值;当 $\alpha > m$ 时,随着 α 的增大,预测的相对均方误差也增大。可见 α 的取值取决于嵌入维数 m ,且在 $1 < \alpha < m$ 范围内。Takens 嵌入定理给出:一个混沌时间序列要完全描述原动力系统的动态行为,至少需要嵌入维数为 $m \geq 2D_2 + 1$ (其中 D_2 为混沌时间序列的关联维数),即至少需要 $m \geq 2D_2 + 1$ 个变量。对于不同的 EEG 信号,由于具有不同的混沌特性,所以关联维数 D_2 不同,因而 α 的取值由其 D_2 决定。

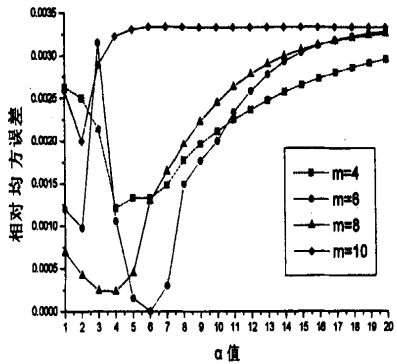


图 4 不同的嵌入维 m 下,不同 α 值所对应的相对均方误差曲线

表 1 给出了在不同的嵌入维数 m 下,对应不同的 α 值,网络收敛到残差为 0.06 时所训练的次数。

表 1 不同的嵌入维数 m 下,不同的 α 值对应网络收敛到残差为 0.06 时的训练次数

m	α 值							
	1	3	4	5	6	8	10	12
6	178876	713	204	88	48	24	18	18
8	23123	93	29	17	13	12	13	16
10	2377	28	18	14	16	15	18	20
12	732	37	34	23	23	26	19	22

由表 1 可见,引进 α (即 $\alpha > 1$) 时网络的训练次数比没引进 α (即 $\alpha = 1$) 时网络的训练次数大为减少。增大 α 值,网络学习收敛速度有所加快,但导致预测的相对均方误差增大,预测精度下降。因此 α 的取值应重点考虑 EEG 信号的预测精度,其值可取为 $1 < \alpha < m$ 范围内。

4 结论

上述研究结果表明,引入宽度调节系数 α 后网络的预测性能有较大的改善。反映在网络的学习收敛速度加快,预测精度有较大的提高;预测结果基本反映了原信号的节律和幅度。当然,对于 EEG 信号的预测,本研究只作了 2 步预测,即 $\alpha = 2$ 的情况,更为实用的是实时多步预测。目前大量的研究表明:脑电信号的信息熵 Lyapunov 指数、关联维数、复杂性测度等有望成为思维、脑疾病诊断的特征参数,若能对这些特征参数的变化规律进行实时多步预测,则对于生理研究与临床诊断将具有更为实际的意义,关于这方面的工作有待于进一步研究。

5 参考文献

- [1] Takens F. On the numerical determination of the dimension of an attractor[A]. Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics, 1981, 898:230-241.
- [2] Abarbanel DI. Analysis of Observed Chaotic Data[M]. New York: Springer-Verlag, 1996, 75-82.
- [3] 张茁生, 刘贵忠, 刘峰. 基于自适应投影学习算法的径向基函数网络设计及应用[J]. 电子学报, 2000, 28(9):120-122.
- [4] 宋莹, 田心. 脑电的非线性动力学高维特性及研究现状与展望[J]. 国外医学生物医学工程分册, 2000, 23(4):198-202.
- [5] 张家树, 肖先赐. 混沌时间序列的自适应高阶非线性滤波预测[J]. 物理学报, 2000, 49(7):1221-1227.
- [6] 张嵩, 汪元美. 基于广义径向基函数神经网络的非线性时间序列预测器[J]. 电子科学学刊, 2000, 22(6):965-971.
- [7] Park J, Sandberg IW. Approximation and radial-basis-function networkd[J]. Neural Computation, 1993, 5(2):305-316.
- [8] Chng ES, Chen S, Mulgrew B. Gradient radial basis function networks for nonlinear and nonstationary time series prediction [J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 1996, 7(1):190-194.
- [9] 王永骥, 涂健. 神经网络控制[M]. 北京:机械工业出版社, 1998, 78-79.
- [10] 黄德双. 神经网络模式识别系统理论[M]. 北京:电子工业出版社, 1996, 52-53.

PREDICTION OF EEG SIGNAL BY USING RADIAL BASIS FUNCTION NEURAL NETWORKS

WEI Bao-lin¹, LUO Xiao-shu¹, WANG Bing-hong², GUO Wei³, FU Jir-jie³

(1. Department of Physics and Electronic Science, GuangXi Normal University, Guilin 541004; 2. Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026; 3. The Second People's Hospital of Guilin, Guilin 541001)

Abstract: Based on the delay time phase reconstruction of the chaotic dynamical system and the nonlinear characterization of the neural networks, the prediction of factual EEG signals were investigated by using the radial basis function neural networks with the adaptive projective learning algorithm. By introducing a parameter to adjust the width of the original radial basis function, the predictive characteristics of the network were improved greatly. Theoretical analysis and experimental results show that the value of the parameter is determined by the correlation dimension (D_2) of the EEG signal. The EEG signals can be predicted more efficiently if the value of is selected in the optimal region.

Key words: EEG signals; Chaotic; Radial Basis Function Neural Networks; Adaptive projective algorithm; Prediction